Systèmes triphasés équilibrés

1. Présentation

1.1 Avantages par rapport au monophasé

- Les machines triphasées ont des puissances de plus de 50% supérieures aux machines monophasées de même masse et donc leurs prix sont moins élevés (le prix est directement proportionnel à la masse de la machine).
- Lors du transport de l'énergie électrique, les pertes sont moindres en triphasé.

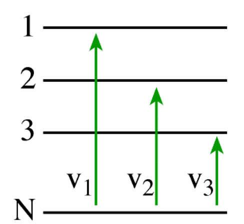
1.2 Distribution

La distribution se fait à partir de quatre bornes :
- Trois bornes de **phase** repérées par 1, 2, 3 ou A, B, C ou R, S, T ;
- Une borne **neutre** N.

1.3 Présentation

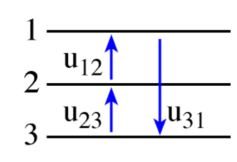
v_1, v_2, v_3 :

tensions simples ou étoilées entre les phases et le neutre.



u_{12}, u_{23}, u_{31} :

tensions composées entre les phases.



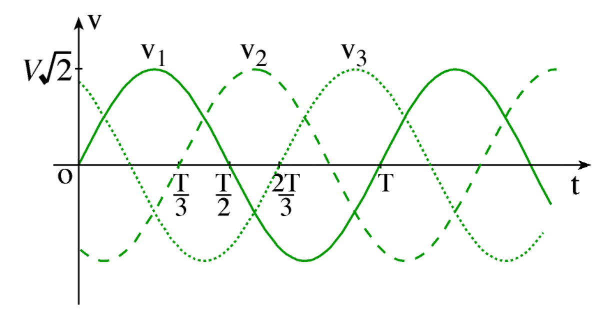
2. Etude des tensions simples

2.1 Observation à l'oscilloscope

• Les tensions sont déphasées de $\frac{2\pi}{3}$ l'une par rapport à l'autre ;

• Elles ont la même valeur efficace.

On dit que le système est équilibré.



Définition :
un système triphasé est équilibrée lorsque les trois tensions possèdent la même valeur efficace et qu'elles sont déphasées de $2\pi/3$ l'une par rapport à l'autre.

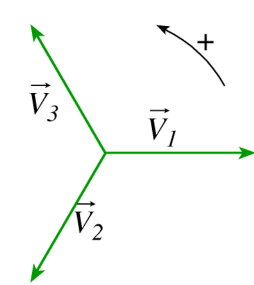
2.2 Equations horaires

$$v_1(t) = V\sqrt{2}\sin(\omega t)$$
$$v_2(t) = V\sqrt{2}\sin(\omega t - \frac{2\pi}{3})$$
$$v_3(t) = V\sqrt{2}\sin(\omega t - \frac{4\pi}{3})$$

2.3 Vecteurs de Fresnel associés

On déduit des équations horaires les vecteurs suivants :

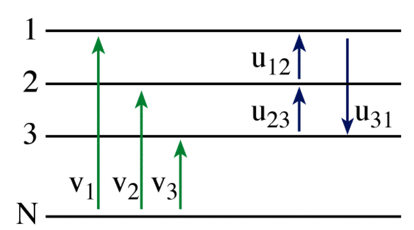
$\vec{V}_1 \begin{pmatrix} V \\ 0 \end{pmatrix}$; $\vec{V}_2 \begin{pmatrix} V \\ \frac{-2\pi}{3} \end{pmatrix}$; $\vec{V}_3 \begin{pmatrix} V \\ \frac{-4\pi}{3} \end{pmatrix}$



Le système est **<u>équilibré direct</u>**
Equilibré car la construction de Fresnel montre que $\vec{V}_1 + \vec{V}_2 + \vec{V}_3 = \vec{0} \Rightarrow v_1 + v_2 + v_3 = 0$
Direct car un observateur immobile verrait les vecteurs défiler devant lui dans l'ordre 1, 2, 3.

3. Etude des tensions composées

3.1 Définition



Les tensions composées ont même fréquence que les tensions simples

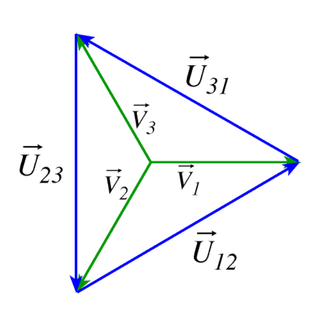
$$u_{12} = v_1 - v_2 \quad \Rightarrow \quad \vec{U}_{12} = \vec{V}_1 - \vec{V}_2$$
$$u_{23} = v_2 - v_3 \quad \Rightarrow \quad \vec{U}_{23} = \vec{V}_2 - \vec{V}_3$$
$$u_{31} = v_3 - v_1 \quad \Rightarrow \quad \vec{U}_{31} = \vec{V}_3 - \vec{V}_1$$

3.2 Vecteurs de Fresnel associés

$\vec{U}_1 \begin{pmatrix} U \\ \frac{\pi}{6} \end{pmatrix}$

$\vec{U}_2 \begin{pmatrix} U \\ \frac{-3\pi}{6} \end{pmatrix}$

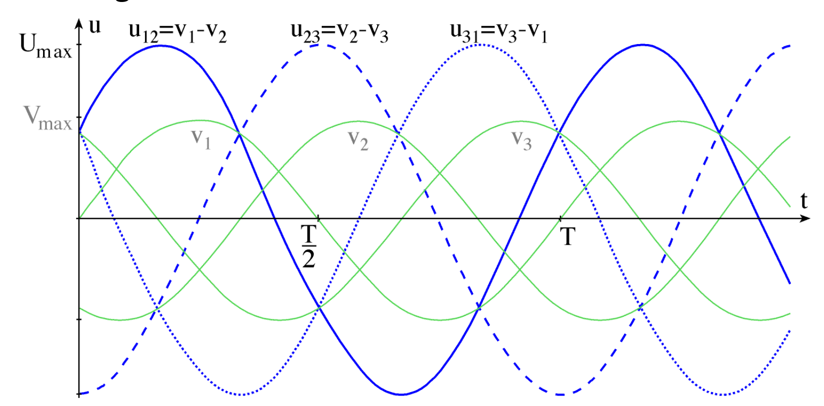
$\vec{U}_3 \begin{pmatrix} U \\ \frac{-7\pi}{6} \end{pmatrix}$



Si le réseau est équilibré : $\vec{U}_{12} + \vec{U}_{23} + \vec{U}_{31} = \vec{0} \Leftrightarrow u_{12} + u_{23} + u_{31} = 0$
Le système des trois tensions composés est équilibré direct.

3.3 Equations horaires et oscillogrammes

$$u_{12}(t) = U\sqrt{2}\sin(\omega t + \frac{\pi}{6})$$
$$u_{23}(t) = U\sqrt{2}\sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$$
$$u_{31}(t) = U\sqrt{2}\sin(\omega t - \frac{7\pi}{6})$$



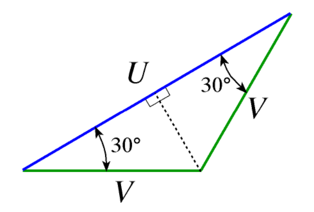
3.4 Remarque

Réseau triphasé 220/380 V

4. Relation entre U et V

$U = 2V\cos 30$ soit $U = 2V\frac{\sqrt{3}}{2}$

Finalement : $\boxed{U = V\sqrt{3}}$



Cette relation est toujours vraie quelque soit la charge.

5. Récepteurs triphasés équilibrés

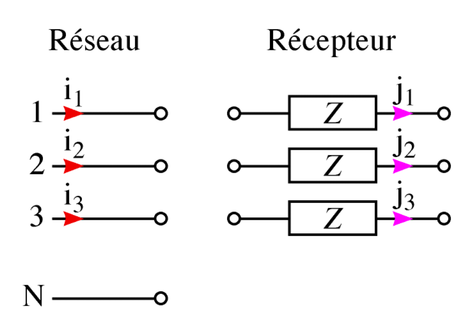
5.1 Définitions

Récepteurs triphasés : ce sont des récepteurs constitués de trois éléments identiques, d'impédance Z.

Equilibré : car les trois éléments sont identiques.

Courants par phase : c'est le courant qui traverse les éléments Z du récepteur triphasés. **Symbole** : J

Courants en ligne : c'est le courant dans les fils du réseau triphasé. **Symbole** : I



Le réseau et le récepteur peuvent se relier de deux façons différentes : en étoile ou en triangle.

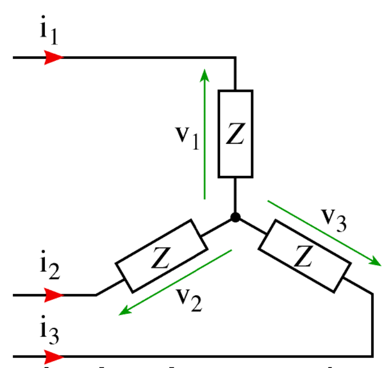
5.2 Théorème de Boucherot (rappel)

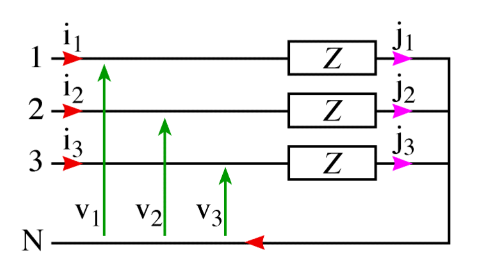
Les puissances active et réactive absorbées par un groupement de dipôles sont respectivement égales à la somme des puissances actives et réactives absorbées par chaque élément du groupement.

Donc d'après ce théorème :	$P = P_1+P_2+P_3$	et	$Q = Q_1+Q_2+Q_3$
Pour un récepteur équilibré :	$P_1=P_2=P_3$	et	$Q_1=Q_2=Q_3$
Finalement :	$P=3.P_1$	et	$Q=3.Q_1$
Facteur de puissance :	$k = P / S.$		

6. Couplage étoile

6.1 Montage



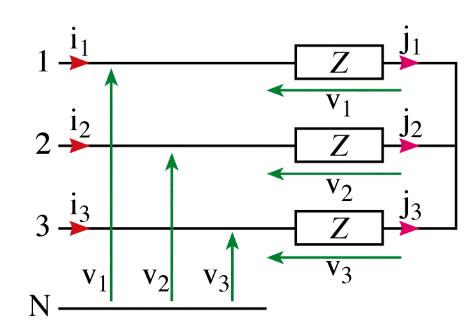


Même branchement représenté de deux façons différentes.
Le premier schéma explique le terme « étoile ».

Symbole :

Comme il s'agit des mêmes impédances, de ce fait $i_1 + i_2 + i_3 = 0$, donc $i_n = 0$. Le courant dans le fil neutre est nul. Le fil neutre n'est donc pas nécessaire.

Pour un système triphasé équilibré, le fil neutre ne sert à rien.



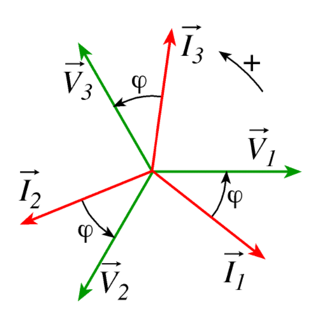
6.2 Relations entre les courants

On constate sur les schémas du paragraphe 6.1 que les courants en ligne sont égaux aux courants par phase.

$i_1 = j_1$; $i_2 = j_2$; $i_3 = j_3$

De plus la charge et le réseau sont équilibrés, donc : $I_1 = I_2 = I_3 = I = J$

On retiendra pour le couplage étoile : $\boxed{I = J}$



6.3 Puissances

Pour une phase du récepteur : $P_1 = VI\cos\varphi$ avec $\boxed{\varphi\ (\vec{I},\ \vec{V})}$

Pour le récepteur complet : $P = 3.P_1 = 3VI\cos\varphi$ de plus $V = \dfrac{U}{\sqrt{3}}$

Finalement pour le couplage étoile : $\boxed{P = \sqrt{3}UI\cos\varphi}$

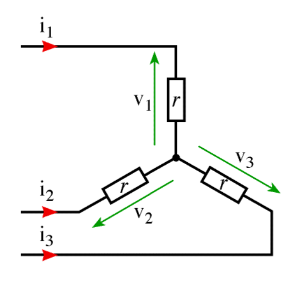
de la même façon : $\boxed{Q = \sqrt{3}UI\sin\varphi}$

et : $\boxed{S = \sqrt{3}UI}$

Facteur de puissance : $\boxed{k = \cos\varphi}$

6.4 Pertes par effet Joule

Considérons que la partie résistive du récepteur.



Pour une phase du récepteur : $P_{J1} = rI^2$

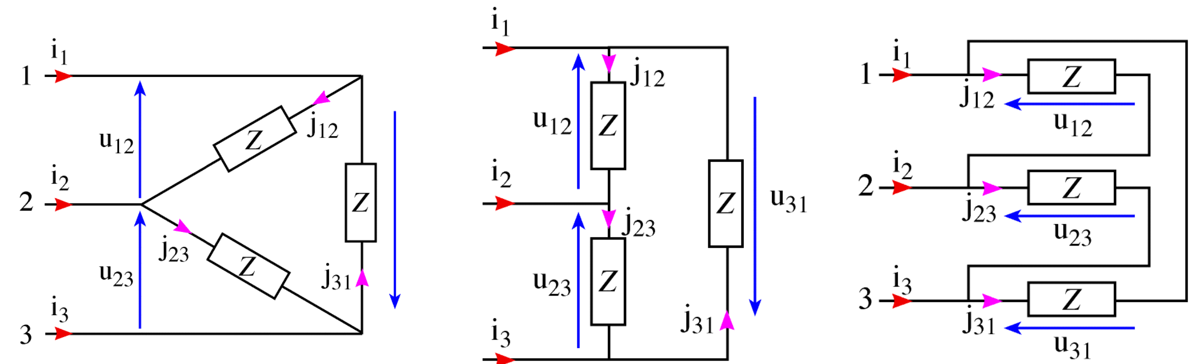
Résistance vue entre deux bornes : $R = 2r$

Pour le récepteur complet : $P = 3.P_{J1} = 3rI^2 = \dfrac{3}{2}RI^2$

Finalement pour le couplage étoile : $\boxed{P = \dfrac{3}{2}RI^2}$

7. Couplage triangle

7.1 Montage



Même branchement représenté de trois façons différentes.
Le premier schéma explique le terme « triangle ».

Symbole : △

Comme il s'agit des mêmes impédances, $i_1 + i_2 + i_3 = 0$ et $j_{12} + j_{23} + j_{31} = 0$

Ici en aucun cas le fil neutre n'est nécessaire.

7.2 Relations entre les courants

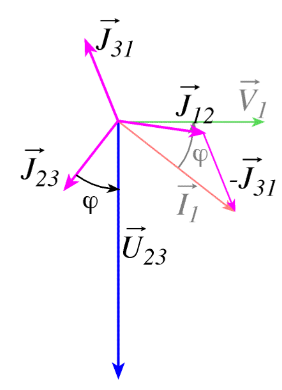
D'après les schémas du paragraphe 6.3.1.

$$i_1 = j_{12} - j_{31} \quad \Rightarrow \quad \vec{I}_1 = \vec{J}_{12} - \vec{J}_{31}$$
$$i_2 = j_{23} - j_{12} \quad \Rightarrow \quad \vec{I}_2 = \vec{J}_{23} - \vec{J}_{12}$$
$$i_3 = j_{31} - j_{23} \quad \Rightarrow \quad \vec{I}_3 = \vec{J}_{31} - \vec{J}_{23}$$

Le système triphasé est équilibré : $I_1 = I_2 = I_3 = I$ et $J_{12} = J_{23} = J_{31} = J$.

Pour le couplage triangle, la relation entre I et J est la même que la relation entre V et U.

Pour le couplage triangle : $$\boxed{J = \frac{I}{\sqrt{3}}}$$



Remarque :
Les déphasages pour les deux montages étoile et triangle sont les mêmes. Il s'agit du déphasage provoqué par le dipôle Z du montage.

$$\varphi_{\triangle}(\vec{J}, \vec{U}) = \varphi_{\perp}(\vec{I}, \vec{V})$$

7.3 Puissances

Pour une phase du récepteur : $P_1 = UJ\cos\varphi$ avec $\boxed{\varphi\ (\vec{J},\ \vec{U})}$

Pour le récepteur complet : $P = 3.P_1 = 3UJ\cos\varphi$ de plus $J = \dfrac{I}{\sqrt{3}}$

Finalement pour le couplage étoile : $\boxed{P = \sqrt{3}UI\cos\varphi}$

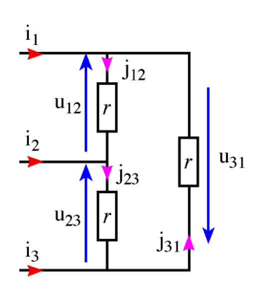
de la même façon : $\boxed{Q = \sqrt{3}UI\sin\varphi}$

et : $\boxed{S = \sqrt{3}UI}$

Facteur de puissance : $\boxed{k = \cos\varphi}$

7.4 Pertes par effet Joule

Considérons que la partie résistive du récepteur.



Détail du calcul de la résistance équivalente vue entre deux bornes du récepteur :

nous avons 2r en parallèle avec r ;

$$R = \frac{2r.r}{2r+r} = \frac{2}{3}r$$

Pour une phase du récepteur : $P_{J1} = rJ^2$

Résistance vue entre deux bornes : $R = \dfrac{2}{3}r$

Pour le récepteur complet : $P = 3.P_{J1} = 3rJ^2 = 3\dfrac{3}{2}R\left(\dfrac{I}{\sqrt{3}}\right)^2 = \dfrac{3}{2}RI^2$

Finalement pour le couplage étoile : $\boxed{P = \dfrac{3}{2}RI^2}$

7.5 Remarques

Quel que soit le couplage, les puissances s'expriment de la même façon en fonction :

- de la tension composée U
- du courant en ligne I

Ces deux grandeurs sont les seules qui soient toujours mesurables quel que soit le couplage, même inconnu, du récepteur utilisé.
Lecture 220/380 V

Couplage d'un récepteur sur le réseau

Supposons que vous voulez coupler un récepteur triphasé au réseau 220V/380V et que la tension nominale pour chaque phase du récepteur soit de 380V. Quel couplage étoile ou triangle faut-il choisir? Les deux couplages sont-ils possible?

8. Mesure de puissance : le wattmètre

Le wattmètre permet de mesurer la puissance active P en monophasé ou triphasé.

Il possède au moins quatre bornes : deux bornes pour mesurer la tension et deux bornes pour mesurer le courant. Il y a donc deux branchement à réaliser : un branchement en parallèle comme un voltmètre) pour mesurer la tension, et un branchement en série (comme un ampèremètre) pour mesurer le courant. Le wattmètre tient compte du déphasage.

Mesure en triphasé lorsque le fil neutre est accessible : ligne à quatre fils.

Montage :

Remarque : il n'est pas nécessaire de connaître le couplage du récepteur

Le wattmètre branché de cette façon mesure (puissance lue) : $P' = VI\cos\varphi$

La puissance du récepteur s'exprime (puissance absorbée) : $P = \sqrt{3}UI\cos\varphi$

La relation entre la puissance lue et la puissance absorbée par le récepteur est donc : $\boxed{P = 3P'}$

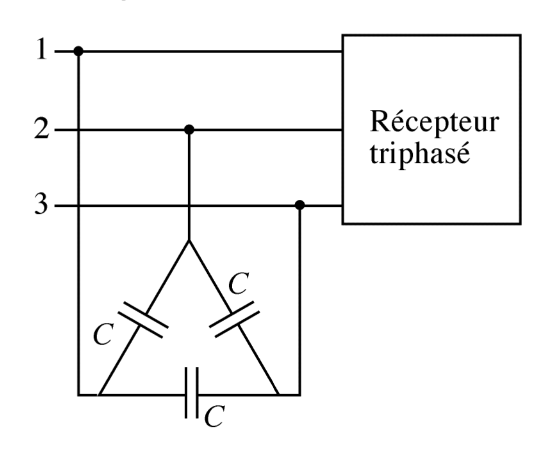
9. Résumé

	Couplage étoile	Couplage triangle
Relation entre U et V	$U = V\sqrt{3}$	$U = V\sqrt{3}$
Relation entre I et J	$I = J$	$I = J\sqrt{3}$
Déphasage	$\varphi\ (\dot{I},\ \dot{V})$	$\varphi\ (\dot{J},\ \dot{U})$
Puissance active	$P = 3.P_1 = 3VI\cos\varphi$ $P = \sqrt{3}UI\cos\varphi$	$P = 3.P_1 = 3UJ\cos\varphi$ $P = \sqrt{3}UI\cos\varphi$
Pertes joules	$P = 3rI^2$ $P = \frac{3}{2}RI^2$	$P = 3rJ^2$ $P = \frac{3}{2}RI^2$
Résistance équivalente	$R = 2r$	$R = \frac{2}{3}r$
Puissance réactive	$Q = \sqrt{3}UI\sin\varphi$	$Q = \sqrt{3}UI\sin\varphi$
Puissance apparente	$S = \sqrt{3}UI$	$S = \sqrt{3}UI$
Facteur de puissance	$k = \cos\varphi$	$k = \cos\varphi$

10. Relèvement du facteur de puissance en triphasé

10.1 Couplage des condensateurs en triangle

Montage :



Tension aux bornes d'un condensateur : U

Puissance réactive absorbée par un condensateur :
$Q_{C1} = -C\omega U^2$

Puissance réactive absorbée par les trois condensateurs :
$Q_C = 3Q_{C1} = -3C\omega U^2$

	Puissance active	Puissance réactive	Facteur de puissance
Charge seule	P	$Q = P.tg\varphi$	On a cosφ
les trois condensateurs seuls	0	$Q_C = -3C\omega U^2$	0
Charge + condensateurs	P	$Q' = Q + Q_C = P.tg\varphi'$	On veut cosφ’

On en déduit la capacité du condensateur de la manière suivante :

$$Q_C = -3C\omega U^2 = Q' - Q$$

$$-3C\omega U^2 = P.tg\varphi' - P.tg\varphi$$

Finalement : $\boxed{C = \frac{P(tg\varphi - tg\varphi')}{3\omega U^2}}$

10.2 Couplage des condensateurs en étoile

En utilisant le même raisonnement que précédemment, on montre que la capacité du condensateur est donnée par la relation :

$$C = \frac{P(tg\varphi - tg\varphi')}{\omega U^2}$$

Le couplage en étoile est donc moins intéressant puisque la capacité des condensateurs nécessaires est trois fois plus grande que pour le couplage en triangle. Plus la capacité est grande, plus le condensateur est volumineux et onéreux.

